# UNIVERSITE HASSAN II – AIN CHOCK

# ECOLE NATIONALE SUPERIEURE D'ELECTRICITE ET DE MECANIQUE

## CONCOURS D'ACCES EN 1 ère ANNEE

## 2010-2011

## DEUD MP, PC

Attention :

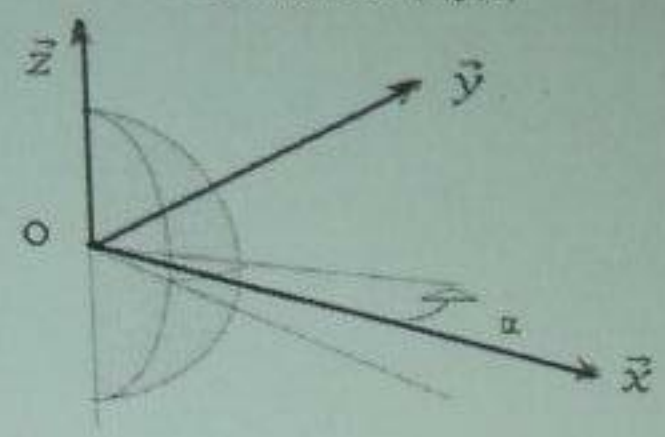
Les candidats doivent obligatoirement rédigées les deux parties Analyse et Algèbre sur deux copies séparées.

Durée 1H 30' sans Documents

I-Soit $R(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ un repère orthonormé direct et S le solide homogène défini en coordonnées sphériques par $\psi \in [-\alpha,\alpha]$ $(0 < \alpha < \pi)$, $\theta \in [0,\pi]$ $et$ $r \in [0,R]$.

1-Déterminer la position du centre d'inertie G de S.

2-Déterminer J(O) par sa matrice dans la base $(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$




II -Soit $R_0(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$ un repère galiléen, $(O\vec{z}_0)$ étant la verticale descendante.

Soit (T) une tige rectiligne, de **section** et de **masse** **négligeable**, tourne dans le plan $(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0)$ autour de l'axe $(O\vec{z}_0)$ [*la verticale descendante*], Le point O est un point commun à $R_0(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$ et à la tige (T) avec une vitesse angulaire ω constante. Soit $R_T(O,\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_0)$ le repère orthonormé direct lié à la tige (T), l'axe $(O,\vec{x}_1)$ étant porté par la tige (T).

On pose $(\vec{x}_0,\vec{x}_1) = \omega t$ et $\vec{g} = g\vec{z}_0$.

Soit (D) un disque **plein**, **homogène**, de **masse** M de centre G et de rayon R, glisse et tourne par rapport à la tige (T) de façon que G reste sur (T) et que le mouvement de rotation du disque (D) autour de (G) soit le plus général.

Soit $R_s(G,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ le repère orthonormé direct lié au disque (D), $(G\vec{z})$ étant l'axe de révolution du disque.

La position du disque (D) étant repérée dans $R_T(O,\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_0)$ par :

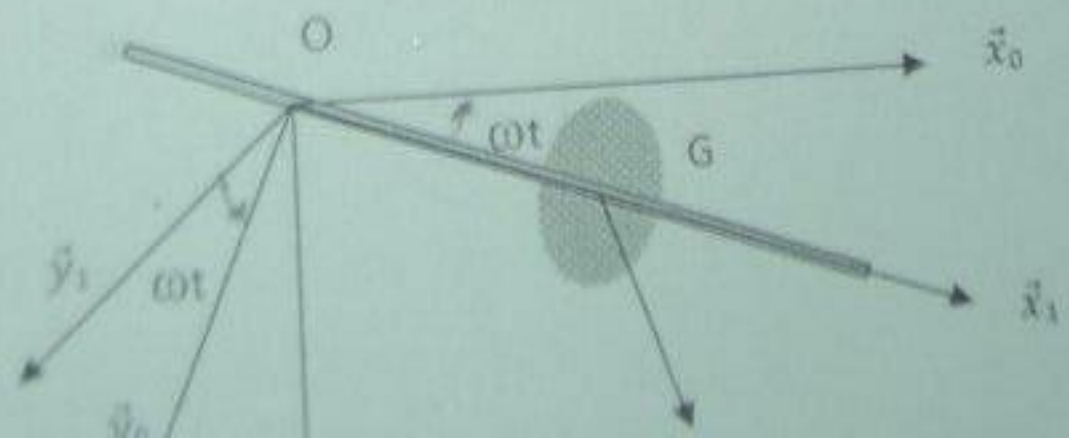
$\overrightarrow{OG} = \rho\vec{x}_1$ et par les trois angles d'Euler habituels :

$$R_T(O,\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_0) \xrightarrow{\psi} R_1(G,\vec{u},\vec{v},\vec{z}_0) \xrightarrow{\theta} R_2(G,\vec{u},\vec{w},\vec{z}) \xrightarrow{\varphi} R_s(G,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$$

1- Déterminer la vitesse de G en mouvement par rapport à $R_0(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$

2- Donner le vecteur rotation $\vec{\Omega}(D/R_T)$ et $\vec{\Omega}(D/R_0)$.

3- Déterminer par leurs composantes dans le repère $(\vec{u},\vec{w},\vec{z})$ lié à $R_2$ : $\vec{\Omega}(D/R_0)$ et J(G,D) [J(G,D) : la matrice d'Inertie du disque (D) en G].

4- Déterminer le moment cinétique $\vec{\sigma}(G,D/R_0)$ qu'on exprimera dans la base $(\vec{u},\vec{w},\vec{z})$.

5- Déterminer l'énergie cinétique du disque (D) dans son mouvement par rapport à $R_0$.